

# 15

## 하이젠베르크의 해석

양자역학을 제대로 이해하는 사람이  
이 세상에 단 한명도 없다는 것만은 자신있게 말할 수 있다.  
- 리처드 파인만 -

### ■ 대응원리에 의한 해석

고전물리학에서는 빛의 세기를 진폭의 제곱에 비례하는 것으로 정의하여 쉽게 설명이 되었다. 그러나 초기 보어의 양자론 시절에는 빛을 파동이 아닌 입자로 보았기 때문에 불연속적이고 파동이 아니므로 진폭을 구할 수 없었다. 따라서 진폭을 대신할 입자의 어떤 물리량이 빛의 세기 해석을 위해 등장해야만 했다. 이에 보어는 궤도사이의 전이 확률로서 이를 해석하고자 하였다.

대응원리에 의해  $n$ 이 클 때는 QM의 CM화를 이룰 수 있고, 빛이 파동과 같은 주기적인 운동을 한다고 보는 고전물리학으로 해석할 수 있다. 따라서 발생하는 복잡한 파동은 기본진동수의 정

$$q = \sum Q(n, \tau) e^{i2\pi\nu(n, \tau)t}$$

$$q = \sum Q(n, n - \tau) e^{i2\pi\nu(n, n - \tau)t}$$

|CM의 전자위치(상)와 QM의 전이성분|

수배( $\tau$ )를 지닌 단순 파동의 합으로 표현된다는 푸리에 파동합으로 정의할 수 있다. CM에서 전자의 위치( $q$ )는 진폭[ $Q(n, \tau)$ ]과 진동수[ $\nu(n, \tau)$ ]의 합으로 표현하였다. 전자의 위치성분

$$F = ma = m \frac{d^2q}{dt^2} = -kx = -kq$$

$$\rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{k}{m}q = 0, \quad \frac{k}{m} = 4\pi^2\nu^2$$

**[조화진동에 관한 뉴턴-후크 관계식]**

을 뉴턴역학( $F=mq$ )에 적용하여 힘 성분을 구할 수 있으며, 전자회전 시 시간에 따른 전자위치 변화를 예측할 수 있다. 스프링의 수축-이완처럼 조화진동을 하는 경우, 위치성분을 뉴턴-후크 관계식에 넣어 정리할 수 있고, 이를 다시 보어의 양자조건에 넣을 수 있다. 이는 보어의 양자조건에서도 운동량( $p$ )과 위치량( $q$ )이 나오기 때문으로, CM의  $q$ 를 QM의 양자조건에 넣어 적분이 가능하다. 여기서  $k/m$ 은 가장 기본이 되는 진동수인  $\nu = \nu(n, n-1)$ 의 의존항으로 정의된다.

전자궤도가 클 때는 최외각 전자가 회전하면서 빛을 방출하는 것과 전이하면서 방출하는 것이 동일하게 보이므로, CM으로 해석해도 무방하다. 즉 불연속적인 에너지로 보아서 생기는 입자성을 파동성의 해석으로 대체시킬 수 있다. 푸리에 방정식을 QM에 접목시키면, CM의 위치성분은 전이성분으로 변하게 된다. 즉 한번 전이시 하나의 진동수의 빛만을 방출하므로, 진폭과 진동수의 의존항이  $Q(n, n-\tau)$ ,  $\nu(n, n-\tau)$ 로 바뀐다. 따라서 CM의 단순파동 하나가 QM의 정해진 전이에서 방출되는 스펙트럼 하나와 대응하게 된다.

## ■ 하이젠베르크의 등장

n이 작은 궤도에서는 더 이상 대응원리를 적용하기 어려워진다. 즉 회전하면서 빛을 방출하는 것이 아니라 전이시에 빛을 방출하는 것이 더욱 명확해지기 때문이다. 이때는 전자가 전자의 위치성분을 모르기 때문에 어떤 경로로 전자가 전이되는지를 알 수 없다는 한계를 지닌다. 위치성분이 없기 때문에 뉴턴의 운동방정식에 q를 대응시킬 수 없다는 것이 일반적인 생각이다. 이 문제로 인해 어느 누구도 빛의 세기 해석에 관한 명확한 해답을 제시하지 못했다. 큰 궤도에서는 그럭저럭 대응원리로 설명되지만 작은 궤도에서는 전이시의 위치성분이 필요했기 때문이다. 이때 등장한 인물이 하이젠베르크이다.

**■ 하이젠베르크의 잔류성분 찾기**

전이성분의 위치성분화

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{k}{m}q = 0$$

$$q = \sum Q(n, n-\tau) e^{i2\pi\nu(n, n-\tau)t}$$

$$q' = \sum i2\pi\nu(n, n-\tau) Q(n, n-\tau) e^{i2\pi\nu(n, n-\tau)t}$$

$$q'' = \sum -4\pi^2\nu(n, n-\tau)^2 Q(n, n-\tau) e^{i2\pi\nu(n, n-\tau)t}$$

$4\pi^2[\nu^2 - \nu(n, n-\tau)^2] Q(n, n-\tau) = 0$

진동수 변경법칙(리드버그 식)

$$\nu(n, n-\tau) = \frac{Rc}{(n-\tau)^2} - \frac{Rc}{n^2}$$

$$-\nu(n, n-\tau) = -\left[ \frac{Rc}{(n-\tau)^2} - \frac{Rc}{n^2} \right] = \frac{Rc}{n^2} - \frac{Rc}{(n-\tau)^2} = \nu(n-\tau, n)$$

$\nu(n, n-1) = \nu$   
 $\nu(n-1, n) = -\nu$

그는 위치성분이 아니지만 전이성분을 위치성분으로 간주하고 뉴턴의 운동방정식에 그 값을 대입해 보았다. 과감한 시도였으며, 결국에는 n의 크기에 무관하게, 또한 대응원리에 무관하게 보어의 원자모델을 이용한 빛의 세기 해석을 확립하게 되었다. 그는 빛의 세기 또한 광자에너지, 또는 플랑크상수에 의존하는 어떤 물리량으로 표현되어야 함을 직감적으로 알고 있었다.

진폭항이 0이 아닐 때

$$\begin{aligned} v(n, n-1) &= v & Q(n, n-1) &\neq 0 \\ v(n-1, n) &= -v & Q(n, n+1) &= Q(n-1, n) \neq 0 \end{aligned}$$

진폭항이 0일 때

$$Q(n, n-1) = 0 \quad @ \tau \neq \pm 1$$

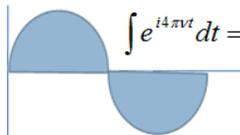
최종 잔류성분의 0이 되는 조건

### 보어 양자조건 변형

$$\oint pdq = \oint mvdq = \oint mv^2 dt = \int_0^1 m(q')^2 dt = nh$$

$$\begin{aligned} q &= \sum Q(n, n-\tau) e^{i2\pi v(n, n-\tau)t} \\ &= Q(n, n-1) e^{i2\pi v(n, n-1)t} + Q(n, n+1) e^{i2\pi v(n, n+1)t} + 0 \\ &= Q(n, n-1) e^{i2\pi vt} + Q(n, n+1) e^{-i2\pi vt} \\ q' &= i2\pi v Q(n, n-1) e^{i2\pi vt} - i2\pi v Q(n, n+1) e^{-i2\pi vt} \end{aligned}$$

$$\int -4m\pi^2 v^2 [Q(n, n-1)^2 e^{i4\pi vt} + Q(n, n+1)^2 e^{-i4\pi vt} - 2Q(n, n-1)Q(n, n+1) e^{i4\pi vt - i4\pi vt}] dt = nh$$



$$\int e^{i4\pi vt} dt = \int e^{-i4\pi vt} dt = 0$$



$$\int 1 dt = \frac{1}{v}$$

$$-4m\pi^2 v^2 \left[ -2Q(n, n-1)Q(n, n+1) \frac{1}{v} \right] = nh \quad Q(n, n-1)Q(n, n+1) = |Q(n, n-1)|^2 = \frac{h}{8m\pi^2 v} n$$

하이젠베르크는 전이성분을 모두 대입하여 최종 잔류성분의 두 묶음 형태로 만들었으며, 리드버그 식을 이용한 진동수 변경법칙을 통해 바깥 궤도로의 전이( $-\nu$ )와 안쪽 궤도로의 전이( $\nu$ )를 구분하였다. 최종 잔류성분 중에 진폭항이나 진동수항이 0이 되어야만 했다. 진폭항이 0이 아닐 때는 진동수 변경법칙을 따르고, 진폭항이 0일 때는  $\tau = \pm 1$ 이 아닌 경우만 해당하게 된다.

하이젠베르크는 앞에서 구한 잔류성분의 관계를 이용하여 보어의 양자조건을 변형시키고자 하였다. 전이성분의 미분값을 보어의 양자조건에 모두 대입하여 정리하면,  $\tau = \pm 1$ 일 때의 1주기 단순과동의 적분 2가지와 그들의 진폭의 곱 형태로 정리된다. 이때 1주기 단순과동의 적분은 x축을 중심으로 상부와 하부가 대칭되므로 적분값은 0이 된다. 따라서  $\tau = \pm 1$ 일 때의 진폭의 곱 형태만 남게 된다. 진폭은 서로 방향은 다르지만 그 크기가 같으므로  $Q(n, n-1)Q(n, n+1) = |Q(n, n-1)|^2$ 으로 표현할 수 있다. 이는 고전물리학에서 말하는 진폭의 제곱, 즉 빛의 세기를 표현하는 값이 된다. 결국 하이젠베르크는 빛의 세기를 여전히 진폭의 제곱 형태로 유도했으며, 그 값은 플랑크상수에 의존하는 양자조건을 잘 맞도록 하였다. 이는 또한 n 궤도의 크기에 무관하게 모두 적용 가능한 결과이다.

## ■ 행렬역학

보른(Max Born, 1882-1970)은 정상상태 사이의 에너지 준위 차이가

진동수에 비례하는 것에 주목하고, 이를 미분식으로 바꾸는 방법을 찾는다. 이를 이용하여 보른은 1924년 양자론에서 미분역학(difference mechanics)라는 새로운 양자역학을 구축한다.

1925년에는 보른의 사강사였던 하이젠베르크가 빛의 세기해석을 통해 행렬역학(matrix mechanics)의 기본 개념을 얻는데 성공을 한다.

보른은 하이젠베르크가 사용한 식간의 곱셈이 바로 행렬곱셈임을 인식하게 된다. 이를 구체화

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & \dots \\ q_{21} & q_{22} & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & \dots \\ p_{21} & p_{22} & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}$$

**|p, q에 관한  
행렬역학적 표현|**

하기 위해 보른은 그의 박사학위 제자인 요르단(Pascual Jordan, 1902-1980)과 함께 하이젠베르크의 생각을 정리하여 행렬역학을 완성한다. 양자역학적 입자의 위치나 운동량은 무한정사각 행렬항으로 기술되고, 임의의 양자수  $m, n$ 에 의하여 지정되는 2개의 정상상태에 걸친 무한한 모임으로 간주된다고 보았다. 보른의 요청을 거절했던 그의 제자 파울리는 추후 행렬역학의 가치를 인정하고, 수소의 발머 계열식을 행렬역학적인 방법을 이용하여 성공적으로 풀어낸다. 행렬역학 확립에서 하이젠베르크는 물리학의 이론을 구성하는 요소는 직접 관측이 가능한 물리량이어야 한다는 기존의 경험주의적 입장을 역설하였다. 그러나 이를 극도로 싫어하던 슈뢰딩거(Erwin Schrodinger, 1887-1961)는 심상으로 표현 가능한 물리량만이 자연현상을 증명할 수 있다고 보았고, 그 자신만의 양자역학 체계인 파동역학(wave mechanics)를 구축한다. 사실 나중에 행렬역학과 파동역학은 수학적으로 완벽히 일치한다는 것이 다시 밝혀지게 된다.

## ■ PQ-QP=0인가

고전물리학에 의하면, 운동량과 위치량의 곱인  $pq$ 와  $qp$ 는 같은 값 ( $pq-qp=0$ )이 되어야 한다. 그러나  $pq$ 와  $qp$  값이 모두 클 때 두 값의 차이가 반드시 0이 되지는 않을 것이다. 즉 1억과 거기서 1이 모자란 큰 수가 있을 때 두 값의 차이는 분명히 0이 될 수 없다는 것이다. 양자역학에서도 이것이 성립되어, 운동량과 위치량의 곱에서 주관이

어디냐에 따라서 값이 달라진다. 비오는 날

$$f(p, q) = 2p + 3q^2 + pq \rightarrow \text{미분항 } \frac{\partial f(p, q)}{\partial q} = 6q + p$$

연인과 인도를 건다가

$$pf - fp = \frac{h}{2\pi i} (6q + p) = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial f(p, q)}{\partial q}$$

지나가는 차량에 의해 물이 튀었다고 했을

$$\rightarrow \frac{\partial f(p, q)}{\partial q} = \frac{2\pi i}{h} (pf - fp) \quad \frac{\partial f(p, q)}{\partial p} = -\frac{2\pi i}{h} (qf - fq)$$

때, 둘 중에 한명이

**|임의식에 대한 하이젠베르크 식 도입|**

젓는다는 관점에서는  $\uparrow = \uparrow$ 이겠지만, 차도쪽으로 누가 있었냐에 따라서 결과값은 서로 다르게 된다( $\uparrow \uparrow \neq \uparrow \uparrow$ ). 이를 잘 보면, 행렬곱에서 교환법칙 성립하지 않는  $AB \neq BA$ 과 일치하는 것을 알 수 있다.

하이젠베르크는 행렬역학 관점에서 운동량과 위치량을 각각 개별적인 무한정사각 행렬로 보았기에 당연히 두 행렬곱의 차이는 0이 될 수 없었다. 즉 값의 차이 또한 어떤 물리량에 비례할 것이라고 보았고, 이는 곧 행렬곱의 차이가  $PQ-QP = h/(2\pi i) = \hbar/i = -\hbar i$ 라는 하이젠베르크 방정식을 도출해 낸다. 보른의 묘비에 이 수식이 새겨져 있다.

임의의 운동량과 위치량을 가진 대상의 함수에 정준 교환식을 도입하여, 운동량 및 위치량에 관한 각각의 미분항을 유도하면,  $(pf - fq)$  또는  $(qf - fq)$ 가 미분값을 대변함을 알 수 있다. 즉, 편미분이라

$$\left. \begin{aligned} \frac{dq}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial p} \\ \frac{dp}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial q} \end{aligned} \right\} H(p, q) = E_k + E_p = \frac{1}{2m} p^2 + \frac{k}{2} q^2 \left\{ \begin{aligned} \frac{dq}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{2\pi}{h} (qH - Hq) \\ \frac{dp}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial q} = -\frac{2\pi}{h} (pH - Hp) \end{aligned} \right.$$

### 운동에 관한 헤밀토니안 식

함은 다른 변수들을 고정하고 한가지 변수량을 관찰하는 것으로  $q$ 를 고정하고  $p$ 을 관찰하고자 할 때는  $df/dp$ 로 정의한다. 입자나 계의 에너지를 좌표와 운동량으로 표현한 것을 에너지연산자 또는 헤밀토니안(Hamiltonian)이라고 부른다. 운동에 관한 헤밀토니안을 살펴보면,  $dH/dp$ 는 결국  $dq/dt$ 인 속도항이 나오며,  $dH/dq$ 는  $dp/dt$ 이 됨을 알 수 있다. 이를 다시해석해 보면, 시간에 따른 위치성분을 구하려고 하니( $dq/dt$ ), 운동량성분( $dH/dp$ )가 튀어나온다는 것으로, 헤밀토니안 함수내의 위치량과 운동량은 상호 독립적일 수 없음을 말한다.

## ■ 불확실성의 원리

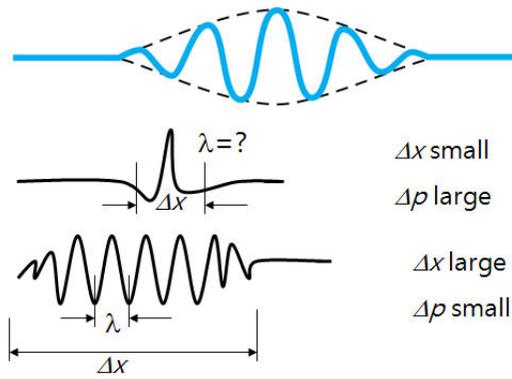
하이젠베르크의 행렬역학을 바탕으로 도출된 정준교환 원리는, 위치와 운동량을 동시에 정확히 측정하는 것은 불가능하다는 결론에 도달하게 한다. 즉, 전자의 위치를 관찰하는 순간 시간은 거의 0에 가까워지므로 운동량이 사라지고, 운동량을 관찰하고 하면 위치가 계속 변하기에 위치량이 사라진다. 측정하는 수단 자체가 대상이 지니고 있는 본연의 성질을 왜곡하기에 정확한 정보는 알 수 없다는 것이다. 달리 얘기하면, 빛은 파동성과 입자성을 동시에 지니므로 관측 방법

에 따라서 어떤 때는 파동으로 어떤 때는 입자로 관측되며 양쪽 성질이 동시에 관측되는 일은 없다는 것이다. 관찰자의 관찰이라는 행동 자체가 양자에 영향을 준다는 것이다. 이를 하이젠베르크의 불확실성의 원리라고 한다.

이에 관해 하이젠베르크는 감마선 분석할 수 있는 가상의 현미경 장비를 고안하였다. 상자내부에는 전자가 운동을 하고 있으며, 운동량 또는 위치량을 파악하기 위해 감마입자를 사용한 것이다. 이때 운동량의 불확실성은 양자조건에 의해  $\Delta p \approx h/\lambda$ 가 된다. 감마선은 두 개의 전자를 구분할 수 있을 정도의 파장을 지니므로, 위치량의 불확실성은  $\Delta q \approx \lambda$ 가 된다. 따라서 측정상의 불확실성은  $\Delta p \Delta q \approx h$ 이 된다. 엄밀히 말해서는  $\Delta p \Delta q \geq h/2 = h/4\pi$ 가 된다.

개념적으로 익숙한 파동으로 이를 설명하면, 파속(wave packet)을 등장시킬 수 있다.

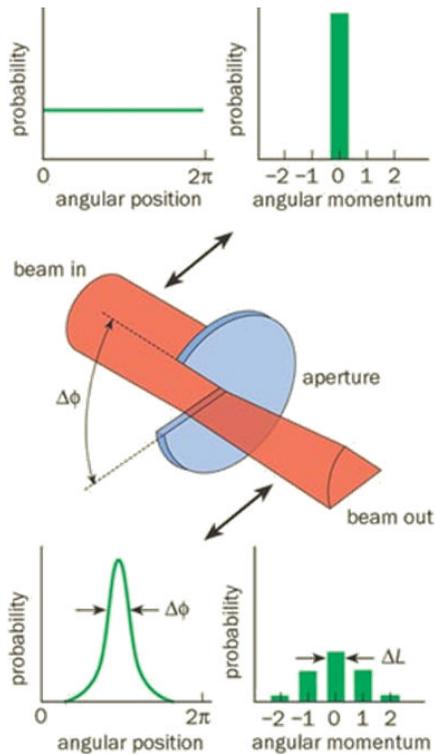
전자를 물질파의 개념으로 본다면, 자유전자는 입자로서의 운동과 함께 파동으로서의 파장 특성을 지니는 파속의 개념으로 해석할 수 있다. 이때 폭이 좁은 파속에서는  $\Delta x$ 가 작아서 위치성분이 명확하지만,  $\lambda$ 를 파악하기 힘들어져서  $\Delta p$ 의 정보가 불명확해진다. 파속이 크면 반대현상이 발생하게 된다.



**[파속의 크기에 따른 정보의 불확실성]**

빛의 이중성에서와 같이 관찰하기 전에는  $p$ ,  $q$  성질이 공존하지만 관찰하는 순간,  $p$  관찰시  $q$ 가 소멸되거나  $q$  관찰시  $p$ 가 소멸

된다. 이러한 불확실성은 운동량과 위치량에만 국한되는 것이 아닌, 에너지와 시간에서도 불확실성의 원리가 성립된다. 즉  $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$ 가 되며, 같은 차원을 갖는다. 매우 짧은 시간 간격 동안은 에너지의 불확실성이 커지므로 에너지 보존 법칙이 성립하지 않아도 된다. 그 짧은 시간 동안에는 불확실성의 원리에 의해 모든 가능한 에너지를 지닐 수 있다. 거시세계에서 발생하는 현상은 시간 간격이 충분히 길기 때문에 언제나 에너지 보존 법칙이 성립하지만, 방사능 붕괴와 같은 미시세계에서는 기본적인 보존 법칙이 성립되지 않는다.



**[각운동량/위치 불확실성]**

실제로 회전판에 구멍을 뚫고 빛을 비췄을 때, 각운동량과 구멍의 위치 정보간의 확률값으로 불확실성을 또다시 해석할 수 있다. 빛이 회전판을 통과하기 직전에는 입사광의 수직평면 전체( $180^\circ$ )에 걸쳐서 위치 확률은 일정하다. 즉 개개의 각도별 위치 성분은 명확히 알 수가 없지만, 회전체의 각속도가 일정하므로 각운동량은 하나의 값으로 귀결된다. 반면 회전판을 통과하는 순간,  $180^\circ$  전체에 걸쳐서 존재하던 빛의 성분이 회전체의 구멍을 일부만 통과하므로, 위치정보가 하나의 점으로 귀결된다. 반면 각운동량 성분은 구멍 주변

에서 다양한 분포를 보이게 된다. 각운동량(L)은  $2\pi v = 2\pi/\lambda = 2\pi p/h = p/h$ 가 되며, 결국  $\Delta L \Delta x = \Delta p \Delta x / h = 1/2$ 이 된다. 따라서 각운동량과 위치성분간의 동시측정은 불가능하다는 것도 확인할 수 있다.

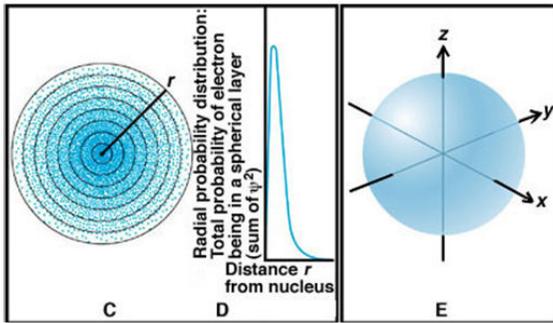
## ■ 전자구름 해석

■ 전자를 원자 및 핵에 가두는 데 필요한 에너지(영점 에너지)	
<b>Confinement in atom</b>	<b>Confinement in nucleus</b>
Assume atomic size = $4 \text{ \AA} = \Delta x$	Nuclear size = $\frac{1}{20,000} \times 4 \text{ \AA} = \Delta x$
$\Delta p = \frac{h}{\Delta x} = 1.66 \times 10^{-24} \text{ kg m/s}$	$\Delta p = \frac{h}{\Delta x} = 3.31 \times 10^{-20} \text{ kg m/s}$
$\Delta p = p; E = \frac{p^2}{2m};$	
For electron:	For electron:
$E = \frac{(1.66 \times 10^{-24} \text{ kg m/s})^2}{2(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}$	$E = \frac{(3.31 \times 10^{-20} \text{ kg m/s})^2}{2(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}$
$E = 9.4 \text{ eV}$	$E = 3.77 \times 10^9 \text{ eV} = 3.77 \text{ GeV}$
	For proton, divide by $m_p/m_e = 1836:$
	$E = 2.05 \times 10^6 \text{ eV} = 2.05 \text{ MeV}$

그렇다면 임의의 운동량을 지닌 전자가 위치정보가 불확실하다면, 원자내에 귀속된 전자는 어느영역에서 존재할 것인가에 관해 생각해 보아야 한다. 우선 전자를 원자내부에 가둬 둘 수 있는지 평가해야 한다. 원자의 크기를  $4\text{\AA}$ 으로 가정했을 때, 불확실성의 원리에 준해 운동량을 계산할 수 있다. 갇혀 있는 전자의 조화진동이 운동에너지

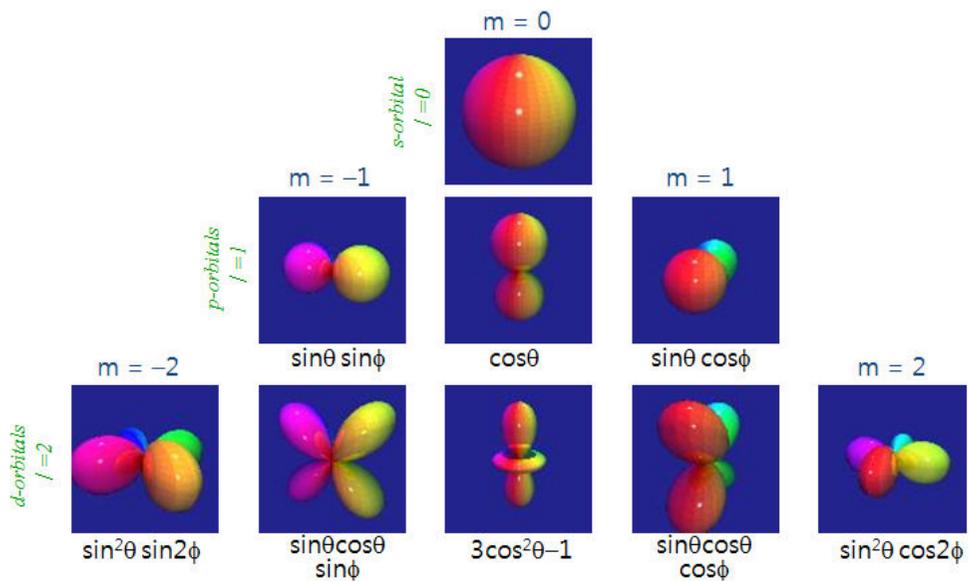
보다 작다고 보면,  $E=p^2/2m$ 이 된다. 계산 결과, 전자를 원자에 가두는 데 필요한 에너지는 9.4 eV가 되며, 핵에 가두는 데는 3.77 GeV가 소요된다. 따라서 전자는 핵내에 가둘 수 없지만 원자내부에 가둘 수는 있다. 반면 양성자는 2.05 MeV로 전자보다는 훨씬 수월하게 핵내에 가둘 수 있다.

전자는 이상의 계산과 같이, 해당 에너지가 미치는 범위내에서 운동량을 가지며 존재(위치)할 수 있게 된다. 또다시 보어의 원자



**|바닥상태 궤도의 수소내부의 전자확률|**

모델은 변형되어, 불확실성의 원리에 의해 확정된 궤도가 아닌 존재 확률로 표현되어야 함을 알 수 있다. 이는 전자의 궤도에 따라서 존재확률이 틀리지며 이를 확률밀도로 표현하는 전자구름(electron cloud) 모형으로 나타낼 수 밖에 없게 된다. 핵과 가장 가까운 곳에는 전자가 존재할 수 없고, 그 주변에 전자를 발견할 확률이 높아지는 형태로 구름모델이 성립된다. 전자구름 모델이라고 해서 전자가 모든 위치에 분포한다는 것은 아니다. 확률상 해당하는 위치에 존재할 수 있을 뿐, 전자의 위치를 관찰하는 순간 전자구름은 하나의 점으로 집중되어 1가지 형태로만 존재하게 된다. 다시 관찰행위를 그만 두게 되면, 전자는 또다시 전자구름 형태로 존재하게 된다.



[오비탈에 따른 전자확률 분포]

## ■ 등장인물 살펴보기



### **막스 보른(Max Born, 1882-1970)**

독일의 물리학자이다. 하이젠베르크, 요르단과 함께 행렬역학의 정식화로 유명하며, 이에 관한 업적으로 1954년 파동함수의 통계적 해석으로 노벨물리학상을 수상하였다. 독일에 있는 동안 결정물리학을 연구했으며, 나치에 의해 영국으로 추방된 뒤로는 전자기장 이론을 연구했다.



### **파스쿠알 요르단(Pascual Jordan, 1902-1980)**

독일의 이론물리학자이다. 보른과 함께 하이젠베르크의 방정식을 해석하면서 통계역학의 장을 마련하였다. 또한 조단 대수학(Jordan algebra)을 개발한 것으로 유명하다. 그는 나치의 파티문화를 즐겼으며, 2차대전 이후 그의 관심사는 양자역학에서 우주학으로 바뀌게 된다.



### **에르빈 슈뢰딩거(Erwin Schrödinger, 1887-1961)**

오스트리아의 이론물리학자이다. 양자역학분야에서 파동역학이라는 새로운 분야를 개설하였으며, 이에 관한 업적으로 1933년 노벨 물리학상을 수상하였다. 그는 드브로이의 물질파의 개념을 도입하여 고전역학이 파동역학으로 옮겨간다는 생각을 기초로 하여 파동방정식에 집하였다.